

### Задачи за IV разред (поправни испит, ванредни ученици)

#### ФУНКЦИЈЕ:

1. Одредити област дефинисаности функције:

а)  $y = \frac{x+6}{x^2-4}$

б)  $y = \frac{x}{x^2+4}$

в)  $y = \frac{3x-1}{x^2-4x+3}$

г)  $y = \frac{x^2-2x}{x^2-3x+2}$

д)  $y = \sqrt{x-2}$

ђ)  $y = \sqrt{2x-x^2}$

е)  $y = \sqrt{x^2-3x+2}$

ж)  $y = 5^x$

з)  $y = 2^{\frac{x}{x-2}}$

и)  $y = 4^{\sqrt{2x+3}}$

ј)  $y = \log(x^2-4)$

к)  $y = \log(2x^2-x-6)$

2. Одредити нуле и знак функције:

а)  $y = \frac{x}{1+x^2}$

б)  $y = \frac{x}{1-x^2}$

в)  $y = (x^2-4x+3)e^x$

г)  $y = \frac{1-\ln x}{1+\ln x}$

3. Испитати парност и непарност следећих функција:

а)  $y = \frac{a^x+a^{-x}}{2}$

б)  $y = x + \operatorname{tg} x$

в)  $y = x^2 - \frac{1}{2} \cos x$

г)  $y = \sin x + \cos x$

д)  $y = \frac{x^3}{x^2-1}$

4. Наћи инверзну функцију:

а)  $y = x^3$

б)  $y = 2^x$

в)  $y = 1 + \frac{1}{x}$

г)  $y = \ln(x+2)$

д)  $y = \frac{2x-3}{3x+2}$

5. Наћи граничну вредност функције:

а)

$$\lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - 3x + 2)$$

б)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 2}$$

в)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x}$$

г)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$$

д)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

ђ)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}$$

е)

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$$

ж)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$$

з)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 2x}$$

6. Наћи први извод функције:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = x^2 - 3x + 4 & \text{б) } y = x^7 - \frac{1}{6}x^5 + \frac{2}{3}x^3 - 0,1x + 7 & \text{в) } y = \frac{x^2+1}{x^2+4} \\ \text{г) } y = \frac{x^3}{x-4} & \text{д) } y = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} & \text{ђ) } y = (x^2 + 3x - 2)e^x & \text{е) } y = 2^x(x^2 + 2x) \\ \text{ж) } y = (1-x)^{20} & \text{з) } y = \sqrt{2x-3} & \text{и) } y = (1 + \sqrt[3]{x})^3 \\ \text{ј) } y = \ln(x^2 + 2x) & \text{к) } y = \sin x^2 & \text{л) } y = \sin^2 x \end{array}$$

7. Одредити асимптоте функције:

$$\text{a) } y = \frac{2x-1}{x^2+x-2} \quad \text{б) } y = \frac{4x^3-1}{x^2-3x+2} \quad \text{в) } y = \frac{1-x^3}{x^2} \quad \text{г) } y = \frac{x^2-2x+1}{x^2-5x+6}$$

8. Одредити интервале монотоности и екстремне вредности функције:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } y = -x(x-2)^2 & \text{б) } y = \frac{4x-12}{(x-2)^2} & \text{в) } y = \frac{x}{x^2-1} & \text{г) } y = (x^2 - 2x + 1)e^x \\ \text{д) } y = x^3 - 9x^2 + 30x + 1 & & & \end{array}$$

9. Испитати функцију и скицирати график:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } y = \frac{x^4-2x}{4} & \text{б) } y = \frac{x}{x^2-1} & \text{в) } y = \frac{x^2}{x-2} & \text{г) } y = \frac{x}{1+x^2} \\ \text{д) } y = \frac{x^2+1}{x^2-1} & \text{ђ) } y = \frac{x^2-9}{x^2-4} & & \end{array}$$

## КОМБИНАТОРИКА

10. Среди израз:  $7! \cdot \left(\frac{6!}{8!} + \frac{4!}{6!}\right) - 8! \cdot \left(\frac{7!}{9!} - \frac{4!}{7!}\right)$

11. Реши једначине: а)  $\frac{x!}{(x-1)!} = 9$       б)  $\frac{(x+1)!}{(x-1)!} = 132$       в)  $\frac{(x+2)!}{(x-1)!} = 120$

12. Број варијација без понављања друге класе од  $n$  елемената је 380. Наћи  $n$ .

13. Колико има телефонских бројева са 6 цифара код којих су све цифре различите?

14. Реши једначину:

$$\frac{(x+3)!}{V_x^5(x-1)!} = 132$$

15. Доказати да у месту од хиљаду становника живе бар две особе са истим иницијалима.

16. Израчунати:  $\binom{7}{2}$ ;  $\binom{8}{5}$

17. Од 15 војника треба изабрати тројицу за стражу. На колико начина је могуће извршити избор?
18. Колико има комбинација у игри ЛОТО 7 од 39.
19. Из комплета од 52 карте извучено је десет карата. У колико скучајева се међу извученим картама налази :
- а) тачно једна дама
  - б) тачно две даме
  - в) бар једна дама
  - г) бар две даме?

### ВЕРОВАТНОЋА

20. Бацају се истовремено две коцке. Наћи вероватноћу догађаја:
- а) добијен је збир 8
  - б) добијен је производ 8
  - в) збир добијених поена је већи од производа добијених поена
21. Из шпила од 52 карте извлаче се истовремено 4 карте. Одредити вероватноћу догађаја да се међу извученим картама налази:
- а) тачно један треф
  - б) бар један треф
  - в) сва четири трефа
  - г) ниједна треф карта
22. Одреди вероватноћу да из шпила од 32 карте извучемо или краља или аса.
23. Колика је вероватноћа да од 32 карте за игру извучемо или каро или аса или фигуру испод 10?
24. Бацамо новчић десет пута. Која је вероватноћа да се 10 пута појави грб?
25. У посуди се налазе 4 беле, 5 црвених и 6 зелених куглица. Одредити вероватноћу:
- а) да ће се при истовременом извлачењу две куглице извући једна бела и једна црвена куглица
  - б) да нећемо одједном извући две зелене куглице
  - в) да ћемо извући или 1 белу и 1 црвену или 1 зелену и 1 црвену куглицу.